

**MathI Excercises**  
**BÀI TẬP TOÁN I**  
**Chương I**

1. Viết mệnh đề tương đương logic với các mệnh đề sau bằng cách sử dụng NOT, AND và OR

1)  $\overline{(p \rightarrow q)}$     2)  $(p \rightarrow q) \rightarrow p$

2. Biểu thị các toán tử IFF, XOR, NOR, NAND qua toán tử NOT, OR .

3. Chứng minh các mệnh đề sau là hằng đúng.

a)  $\left[\overline{A} \wedge (A \vee C)\right] \rightarrow C$  .  
b)  $\left[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)\right] \rightarrow (A \rightarrow C)$

4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là hằng đúng, mâu thuẫn

- 1)  $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$     2)  $(p \wedge q) \vee (p \rightarrow q)$   
3)  $p \rightarrow (q \rightarrow p)$     4)  $(q \rightarrow (q \rightarrow p))$   
5)  $(p \rightarrow q) \rightarrow q$     6)  $(p \rightarrow q) \rightarrow r$   
7)  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$     8)  $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \uparrow p)$

5. Chứng minh rằng:

- a)  $A \leftrightarrow B$  và  $(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B})$  là tương đương logic.  
b)  $(A \rightarrow B) \rightarrow C$  và  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  không tương đương logic.

6. Cho các mệnh đề A, B, C, X với bảng giá trị chân lí

A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Hãy biểu thị X qua A, B, C bởi phép toán hội tuyển, phủ định.

**Chương II.**

1. Cho A, B, C là các tập hợp bất kì. Chứng minh

- 1)  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$   
2)  $A \cup (B \setminus A) = (A \cup B)$   
3) Nếu  $(A \cap C) \subset (A \cap B)$  và  $(A \cup C) \subset (A \cup B)$  thì  $C \subset B$   
4)  $A \setminus (A \setminus B) = (A \cap B)$

$$5) (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

2. Cho 3 tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| \leq 1\}$

$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$ . Xác định tập hợp  $(A \cup B) \cap C$  và  $(A \cap B) \cup C$ .

3. Cho  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x + 3y = 5\}$   $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x + y = 7\}$ . Xác định tập hợp  $(A \cap C)$

4. Chứng minh rằng

$$1) (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$2) (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C).$$

5. Xét xem các tập hợp  $(A \cup B) \times (C \cup D)$  và  $(A \times C) \cup (B \times D)$  có bằng nhau hay không.

6. Cho A là tập hợp có n phần tử. Tính số tập con của A

7. Trong số 1500 số tự nhiên từ 1 đến 1500 có bao nhiêu số không phải là bội của bất kì số nào trong các số 3, 4, 5.

8. Một lớp học có 63 sinh viên thành lập 3 câu lạc bộ. Mỗi sinh viên tham gia ít nhất một câu lạc bộ. Số lượng sinh viên tham gia các câu lạc bộ như sau. Văn nghệ 31, Thể thao 28, Tin học 36. Có 15 sinh viên vừa tham gia Văn nghệ vừa Thể thao. Có 16 người vừa Thể thao vừa Tin học. Có 7 người tham gia cả 3 câu lạc bộ. Hỏi có bao nhiêu người chỉ tham gia câu lạc bộ Tin học ?

### Chương III.

1. Cho ánh xạ f trong các trường hợp sau. Trường hợp nào f song ánh

1)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - 2x$

2)  $f: (-\infty, 0] \rightarrow [4, \infty), f(x) = x^2 + 4.$

3)  $f: (1, +\infty) \rightarrow [-1, \infty), f(x) = x^2 - 2x$

4)  $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\}, f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$

5)  $f: [4, 9] \rightarrow [21, 96], f(x) = x^2 + 2x - 3$

6)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2|x|$

7)  $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$

Xác định ánh xạ ngược trong trường hợp tồn tại.

2. Cho ánh xạ  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$ , ánh xạ  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ .

a) Ánh xạ nào đơn ánh, toàn ánh. Tìm  $g(\mathbb{R})$ .

b) Xác định ánh xạ  $h = g \circ f$ .

3. Cho  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

- a) Xác định a để  $f: \mathbb{R} \rightarrow (-\infty, a]$  là toàn ánh
- b) Xác định b để  $f: [b, \infty) \rightarrow (-\infty, 3]$  là đơn ánh.

4. Cho ánh xạ  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 ; f(x, y) = (2x, 2y)$

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-4)^2 + y^2 = 4\}. \text{ Tìm } f(A) \text{ và } f^{-1}(A)$$

5. Chứng minh các tính chất ảnh và nghịch ảnh của ánh xạ  $f: X \rightarrow Y$

- a)  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ ,
- b)  $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$ , chỉ ra ví dụ  $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$
- c)  $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$
- d)  $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$ .
- e)  $f^{-1}(A \setminus B) = f^{-1}(A) \setminus f^{-1}(B)$ .
- f)  $f$  đơn ánh khi và chỉ khi với mọi  $A, B \subset X$ ,  $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ .
- g)  $A \subset f^{-1}(f(A))$ , với  $A \subset X$ ,
- h)  $B \supset f(f^{-1}(B))$ , với  $B \subset Y$

6. Cho các ánh xạ  $f: X \rightarrow Y$ ,  $g: Y \rightarrow Z$

- a) Chứng minh rằng nếu  $f$  toàn ánh,  $g \circ f$  đơn ánh thì  $g$  đơn ánh
- b) Cho ví dụ  $g \circ f$  đơn ánh nhưng  $g$  không đơn ánh
- c) Chứng tỏ rằng nếu  $g$  đơn ánh,  $g \circ f$  toàn ánh thì  $f$  toàn ánh.
- d) Cho ví dụ  $g \circ f$  toàn ánh nhưng  $f$  không toàn ánh

7. Cho ánh xạ  $f: X \rightarrow Y$ .

- a) Chứng minh rằng  $f$  toàn ánh khi và chỉ khi tồn tại ánh xạ  $g: Y \rightarrow X$  sao cho  $f \circ g = \text{Id}_Y$
- b) Chứng minh  $f$  đơn ánh khi và chỉ khi tồn tại ánh xạ  $g: Y \rightarrow X$  sao cho  $g \circ f = \text{Id}_X$

8. Cho tập hợp  $X$  có  $n$  phần tử. Tính số song ánh từ  $X$  lên chính nó.

9. Cho tập hợp  $X$  có  $m$  phần tử, tập hợp  $Y$  có  $n$  phần tử. Tính số ánh xạ từ  $X$  vào  $Y$ .

10. Cho tập  $X$  có  $m$  phần tử, tập hợp  $Y$  có  $n$  phần tử,  $m < n$ , tính số đơn ánh từ  $X$  vào  $Y$ .

11. Cho các phép thế 10 phần tử

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 & 7 & 6 & 9 & 10 & 8 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 5 & 7 & 6 & 9 & 8 & 10 \end{pmatrix}.$$

- a) Tính  $\sigma^{-1}$  và  $\tau \circ \sigma$ .
- b) Phân tích  $\sigma$  thành tích của các chu trình độc lập.

12. Cho tập hợp  $X$  có  $n$  phần tử,  $f$  là song ánh từ  $X$  vào  $X$ . Chứng minh tồn tại số nguyên dương  $k$  để  $f^k = Id_X$  với  $f^k = f \circ f \circ \dots \circ f$  ( $k$  lần)

13. Cho hàm (ánh xạ)  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  xác định bởi  $f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$ . Tìm hàm  $g$  liên tục  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  là mở rộng của  $f$  lên toàn  $\mathbb{R}$

#### Chương IV

1. Cho  $X$  là tập hợp,  $P(X)$  là tập tất cả các tập con của  $X$ . Trên  $P(X)$  xác định quan hệ  $\mathbf{R}$  như sau  $A\mathbf{R}B$  nếu  $A \subset B$ .

a) Chứng minh  $\mathbf{R}$  là quan hệ thứ tự.  $\mathbf{R}$  có phải là thứ tự toàn phần không?

b) Tìm phần tử tối tiểu và phần tử tối đại của  $P(X)$ .

2. Cho  $X = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  với  $\mathbb{N}$  là tập hợp số tự nhiên. Quan hệ  $\mathbf{R}$  trên  $X$  xác định như sau (a,b)  $\mathbf{R}$  (c,d) nếu  $a+d = b+c$ . Chứng minh  $\mathbf{R}$  là quan hệ tương đương.

3. Gọi  $Z$  là tập các số nguyên. Đặt  $Z^* = Z \setminus \{0\}$ ,  $X = Z \times Z^*$ . Trên  $X$  xác định quan hệ  $\mathbf{R}$  như sau (a, b)  $\mathbf{R}$  (c, d) nếu  $ad = bc$ . Chứng minh  $\mathbf{R}$  là quan hệ tương đương.

4. Giả sử  $A, B$  là các tập hợp và  $\leq$  là quan hệ thứ tự toàn phần trên  $B$ . Giả sử  $f: A \rightarrow B$  là một ánh xạ. Ta xác định quan hệ  $\mathbf{R}$  trên  $A$  như sau  $a_1\mathbf{R}a_2$  nếu  $f(a_1) \leq f(a_2)$ .

a) Chứng minh nếu  $f$  là đơn ánh thì  $\mathbf{R}$  là quan hệ thứ tự.

b) Cho ví dụ  $f$  không đơn ánh và  $\mathbf{R}$  xác định như trên không phải là quan hệ thứ tự.

5. Cho  $\mathbf{R} \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  xác định bởi:  $x\mathbf{R}y$  nếu  $x + y$  là số nguyên lẻ. Xét xem  $\mathbf{R}$  có phải là quan hệ thứ tự hay quan hệ tương đương hay không.

6. Cho  $\mathbf{R} \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  xác định bởi:  $x\mathbf{R}y$  nếu  $x + y$  là số nguyên chẵn. Xét xem  $\mathbf{R}$  có phải là quan hệ thứ tự hay quan hệ tương đương hay không?

7. Cho  $S$  là quan hệ hai ngôi trên  $X \times X$ , quan hệ ngược của  $S$  ký hiệu là  $S^{-1}$  xác định bởi  $(x,y) \in S^{-1} \Leftrightarrow (y,x) \in S$ . Chứng minh

a)  $S$  là quan hệ thứ tự thì  $S^{-1}$  cũng là quan hệ thứ tự.

b)  $S$  là quan hệ tương đương thì  $S^{-1}$  cũng là quan hệ tương đương.

8. Chứng minh rằng tập được sắp thứ tự tốt là tập được sắp thứ tự toàn phần.

9. Trên  $\mathbb{R}^2$  xét quan hệ  $R_1$  và  $R_2$  xác định như sau. Với  $x = (x_1, x_2)$ ,

$$y = (y_1, y_2),$$

$$x R_1 y \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = y_1^2 + y_2^2;$$

$$x R_2 y \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 \leq y_1^2 + y_2^2;$$

Xét xem các quan hệ trên có phải là quan hệ thứ tự, quan hệ tương đương hay không.

10. Trên tập số nguyên  $\mathbb{Z}$ , xác định quan hệ đồng dư (mod 6)  $\equiv$  như sau:

$$a \equiv b \Leftrightarrow (a - b) : 6$$

Xác định tập thương  $\mathbb{Z} / \equiv$ . Trên  $\mathbb{Z} / \equiv$ , ta định nghĩa quan hệ “R” như sau

$$\bar{x} R \bar{y} \Leftrightarrow x \leq y$$

Chứng minh rằng định nghĩa trên là **không tốt** (không thể xác định được)

11. Quan hệ R trên tập hợp X gọi là quan hệ tiền thứ tự nếu nó có tính phản xạ và bắc cầu. Ta xét quan hệ tương đương  $\approx$  trên X như sau  $x \approx y$  nếu  $x R y$  và  $y R x$ . Chứng minh quan hệ R cảm sinh một quan hệ thứ tự trên tập thương  $X / \approx$ .

### **Bài tập NHÓM – VÀNH TRƯỜNG:**

1. Cho  $B = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$

Xét xem B có khép kín với phép cộng, phép nhân thông thường của  $\mathbb{R}$  không?

2. Trong mỗi trường hợp với phép toán hai ngôi  $*$  trên  $\mathbb{R}$ , xét tính chất của nó: giao hoán, kết hợp, phần tử trung hoà, phần tử đối xứng.

(a)  $x * y := xy + 1$

(b)  $x * y := \frac{1}{2}xy$

(c)  $x * y := |x|^y$

3. Xét phép toán hai ngôi trên  $\mathbb{R}^2$

$$(x_1, x_2) * (y_1, y_2) := \left( \frac{x_1 + y_1}{2}, \frac{x_2 + y_2}{2} \right)$$

Xác định tính kết hợp, giao hoán, phần tử trung hoà, phần tử đối xứng.

4. Giả sử F họ các khoảng mở của  $\mathbb{R}$ . Xem tập rỗng  $\emptyset$  là khoảng mở. Với  $P(\mathbb{R})$  là tập các tập con của  $\mathbb{R}$ , chứng minh

(a) F đóng kín với phép  $\cap$  trên  $P(\mathbb{R})$ .

(b) F không đóng kín với phép  $\cup$  trên  $P(\mathbb{R})$ .

5. Cho  $X, Y$  là các tập hợp,  $*$  :  $Y \times Y \rightarrow Y$  là phép toán giao hoán, kết hợp, khả nghịch (mọi phần tử đều có phần tử đối xứng), và  $f : X \rightarrow Y$  là song ánh. Trên  $X$  xác định phép toán.

$$x_1 \square x_2 = f^{-1}(f(x_1) * f(x_2))$$

Chứng minh  $\square$  có tính chất kết hợp, giao hoán và khả nghịch.

6. Giả sử  $X, Y$  là các tập hợp,  $*$  :  $Y \times Y \rightarrow Y$  là phép toán hai ngôi.  $F(X, Y)$  là tập các ánh xạ từ  $X$  vào  $Y$ . Chứng tỏ  $*$  cảm sinh phép toán hai ngôi trên  $F(X, Y)$  mà ta cũng ký hiệu  $*$ .

7. Giả sử  $X$  là tập hợp, trên đó có phép toán hai ngôi ( $*$ ) nó kết hợp, khả nghịch. Chứng tỏ ( $*$ ) cảm sinh phép toán hai ngôi trên  $P(X)$  cũng ký hiệu ( $*$ ). Xét tính kết hợp, đơn vị, khả nghịch của nó.

8. Giả sử  $X$  là tập tùy ý. Xét ánh xạ

$$* : X \times X \rightarrow X$$

$$* (x, y) = x * y = x$$

Chứng minh  $X$  là nửa nhóm, phép toán có giao hoán, có đơn vị không?

9.  $X$  là nửa nhóm với phép nhân ( $\cdot$ ).

a) Chứng minh nếu  $ab=ba, \forall a, b \in X$  thì  $(ab)^n = a^n \cdot b^n, n > 1$

b) Nếu  $a, b$  là hai phần tử  $(ab)^2 = a^2 b^2$  thì có suy ra  $ab=ba$  hay không?

10. Xét tích Đề các  $N^n (n \geq 1)$  với  $N$  là vị nhóm cộng các số tự nhiên. Trên  $N^n$  xác định phép toán cộng “+” như sau  $(a_1, \dots, a_n) + (b_1, \dots, b_n) := (a_1 + b_1, \dots, a_n + b_n)$ .

Chứng minh  $N^n$  là vị nhóm giao hoán.

11. Chứng minh các tập hợp sau đây lập thành nhóm

- Tập các số nguyên bội của  $m$  cho trước với phép cộng
- Tập hợp các số thực dương với phép nhân
- Tập hợp các số thực khác 0 với phép nhân
- Tập hợp các số hữu tỷ  $2^n, n \in \mathbb{Z}$  với phép nhân
- Tập  $M = \{1, -1\}$  với phép nhân
- Tập hợp các số thực dạng  $a + b\sqrt{3}; a, b \in \mathbb{Z}$  với phép cộng
- Tập hợp  $a + b\sqrt{3}, a^2 + b^2 \neq 0; a, b \in \mathbb{Q}$  với phép nhân
- Tập hợp các đa thức bậc không quá  $n$  với phép cộng

12. Cho  $X$  là nửa nhóm khác rỗng,  $a \in X$

$$aX = \{ ax \mid x \in X \}$$

$$Xa = \{ xa \mid x \in X \}$$

Chứng minh  $X$  là nhóm khi và chỉ khi  $Xa = aX = X, \forall a \in X$

**\*VÀNH SỐ NGUYÊN – THUẬT TOÁN EUCLIDE**

13. Dùng thuật toán Euclide để tìm ước chung lớn nhất và bội chung nhỏ nhất của các cặp số sau:

a. 3195 và 630

b. 1243 và 3124

14. Tìm các số nguyên a và b sao cho  $1243a + 3124b = 11$

15. Biểu diễn các số sau theo cơ số 6.

a) 2011

b) 3125

16. Thực hiện các phép toán sau trong hệ cơ số 7.

a.  $3145_{(7)} + 5436_{(7)}$

b.  $6145_{(7)} - 5451_{(7)}$

c.  $3142_{(7)} - 5463_{(7)}$

d.  $3142_{(7)} \times 54_{(7)}$

18. Xây dựng phép chia trong hệ cơ số 5?

**SỐ PHỨC**

19. Viết các số phức sau dưới dạng chính tắc:

a)  $(1+i\sqrt{3})^9$

b)  $\sqrt[8]{1-i\sqrt{3}}$

c)  $\frac{(1+i)^{21}}{(1-i)^{13}}$

d)  $(2+i\sqrt{12})^5(\sqrt{3}-i)^{11}$ .

20. Tìm nghiệm phức của phương trình sau:

a)  $z^2 + z + 1 = 0$

b)  $z^2 + 2iz - 5 = 0$

c)  $z^4 - 3iz^2 + 4 = 0$

d)  $z^6 - 7z^3 - 8 = 0$

e)  $\frac{(z+i)^4}{(z-i)^4} = 1$

f)  $z^8(\sqrt{3}+i) = 1-i$ .

21. Chứng minh nếu  $z + \frac{1}{z} = 2\cos\theta$  thì  $z^n + \frac{1}{z^n} = 2\cos n\theta, \forall n \in \mathbb{N}$

22. Tính tổng các căn bậc n của 1.

a) Tính tổng các căn bậc n của số phức z bất kỳ.

b) Cho  $\varepsilon_k = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}; k = 0, 1, \dots, (n-1)$ . Tính tổng

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon_k^m \quad (m \in \mathbb{N}).$$

23. Cho phương trình  $\frac{(x+1)^9 - 1}{x} = 0$ .

a) Tìm các nghiệm của phương trình trên.

b) Tính môđun của các nghiệm.

c) Tính tích của các nghiệm từ đó tính  $\prod_{k=1}^8 \sin \frac{k\pi}{9}$ .

24. Tìm nghiệm phức của phương trình sau:

a)  $\bar{z}^7 = \frac{1}{z^3}$

b)  $z^4 = z + \bar{z}$ .

25. Cho  $x, y, z$  là các số phức có môđun bằng 1. So sánh môđun của các số phức  $x + y + z$  và  $xy + yz + zx$ .

CHƯƠNG :

## HÀM SỐ MỘT BIẾN SỐ

### I. Khái niệm hàm số

1. Tìm tập xác định của các hàm số

a)  $y = \sqrt[4]{\lg(\tan x)}$     b)  $y = \arccos \frac{2x}{1+x}$     c)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$     d)  $y = \arcsin(2 \cos x)$

2. Tìm miền giá trị của hàm số

a)  $y = \lg(1 - 2 \cos x)$     b)  $y = \arcsin\left(\lg \frac{x}{10}\right)$

3. Tìm  $f(x)$  biết

a)  $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$     b)  $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$

4. Tìm hàm ngược của hàm số

a)  $y = 3x + 2$     b)  $y = \frac{1-x}{1+x}$     c)  $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \quad (x > 0)$

5. Xét tính chẵn lẻ của hàm số

a)  $f(x) = a^x + a^{-x} \quad (a > 0)$     b)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$   
 c)  $f(x) = \sin x + \cos x$

6) Chứng minh rằng bất kỳ một hàm số nào xác định trên một khoảng đối xứng  $(-a, a)$  với  $a > 0$  cũng đều biểu diễn được duy nhất dưới dạng tổng của một hàm chẵn và một hàm lẻ.

7. Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ của hàm số sau:

a)  $f(x) = A \cos \lambda x + B \sin \lambda x$     b)  $f(x) = \sin^2 x$   
 c)  $f(x) = \sin x^2$     d)  $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x$

### II. Giới hạn của hàm số.

8. Tìm các giới hạn

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 2x + 1}{x^{50} - 2x + 1}$     b)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x^n - a^n) - na^{n-1}(x-a)}{(x-a)^2} \quad (n \in \mathbb{N})$

9. Tìm giới hạn

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$     b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{x^3 + x^2 - 1} - x \right)$



$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+ax} - \sqrt[n]{1+bx}}{x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+ax} \cdot \sqrt[n]{1+bx} - 1}{x}$$

10. Tìm giới hạn

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{\arcsin x^2} - 1) \ln(2x+1)}{(1 - \cos x) \sin x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos 2x \cos 3x}{1 - \cos x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt[x]{\cos \sqrt{x}}$$

$$g) \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[n]{x} - \sqrt[n+1]{x}), \quad x > 0$$

11. Tìm giới hạn

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( x \sin \frac{1}{x} \right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sin(\ln(x+1)) - \sin(\ln x))$$

12. Khi  $x \rightarrow 0^+$  cặp VCB sau có tương đương không?

$$\alpha(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}} \quad \text{và} \quad \beta(x) = e^{\sin x} - \cos x$$

### III. Hàm số liên tục

13. Tìm  $a$  để các hàm số sau liên tục tại  $x = 0$ ?

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

$$b) g(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ a \cos x + b \sin x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

14. Điểm  $x = 0$  là điểm gián đoạn loại gì của hàm số

$$a) y = \frac{8}{1 - 2^{\cot gx}}$$

$$b) y = \frac{\sin \frac{1}{x}}{e^{1/x} - 1}$$

$$c) y = \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x} \quad (a \neq b)$$