ĐỀ1 **ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN ĐẠI SỐ – Học kì 20132**

Thời gian: 90 phút

Chú ý: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

Câu 1(*2 điểm*). a) Dùng bảng giá trị chân lý chỉ ra $(p \to q) \Leftrightarrow (\overline{p} \vee q)$ với p, q là hai mệnh đề bất kì.

b) Tìm phần thực của $A = z_1^2 + z_2^2$ với z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - (\sqrt{3} + 8i)z + (-30 + i + 7\sqrt{3}i) = 0$.

Câu 2 (*2 điểm*). a) Tìm X thỏa mãn $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$.

b) Tìm các tham số a, b để hệ phương trình sau vô nghiệm

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + ax_3 + 4x_4 = b \\ 2x_1 + (a+3)x_2 + (1+2a)x_3 + 8x_4 = 2b+5 \\ x_1 + (a+1)x_2 + (1+2a)x_3 + 4x_4 = 2b+4 \end{cases}.$$

Câu 3 (*2 điểm*). a) Trong không gian vectơ M_3 – gồm các ma trận vuông cấp 3, cho $V = \{A \in M_3 \mid A^T = A\}$. Chứng minh V là một không gian con của M_3.

b*) Cho A là ma trận vuông cấp n. Chứng minh rằng: $r(A^TA) = r(A)$

Câu 4 (*2 điểm*). Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2[x] \to P_2[x]$ xác định bởi

$f(a + bx + cx^2) = (-a + 2b + c) + (-6a + 6b + 2c)x + (6a - 4b)x^2$.

a) Tìm ma trận A của *f* theo cơ sở chính tắc của $P_2[x]$ và các trị riêng của *f*.

b) Tìm một cơ sở B của $P_2[x]$ để ma trận của f theo B có dạng chéo.

Câu 5 (*2 điểm*).

1. Tìm m để dạng toàn phương sau xác định dương

$$\omega(x_1; x_2; x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 2mx_1x_3.$$

2. Trong không gian Euclide R^3 với tích vô hướng thông thường, tìm hình chiếu của v=(1;2;3) lên không gian $H = \{u = (x_1; x_2; x_3) \in R^3 | x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$.

VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG VÀ TIN HỌC

ĐỀ2 **ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN ĐẠI SỐ – Học kì 20132**

Thời gian: 90 phút

Chú ý: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

Câu 1(*2 điểm*). a) Cho các hàm số $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Biểu diễn tập nghiệm của $\dfrac{f(x).g(x)}{f(x)^2 + g(x)^2} = 0$ theo $A = \{x \in \mathbb{R} | f(x) = 0\}, B = \{x \in \mathbb{R} | g(x) = 0\}$

b) Giải phương trình phức $iz^2 + (1 + 10i)z + 23i + 11 = 0$.

Câu 2 (*2 điểm*). a) Tìm X thỏa mãn $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

b) Tìm các tham số a, b để hệ $\begin{cases} x_1 + ax_2 - x_3 + 2x_4 = b \\ -x_1 + 3x_3 - 2x_4 = b+1 \\ 2ax_2 + (a+3)x_3 = 5b+1 \end{cases}$ vô nghiệm.

Câu 3 (*2 điểm*). a) Trong không gian vectơ M_3 – gồm các ma trận vuông cấp 3, cho $W = \{A \in M_3 \mid A^T = -A\}$. Chứng minh W là một không gian con của M_3.

b*) Cho A là ma trận vuông cấp n. Chứng minh rằng: $r(AA^T) = r(A)$.

Câu 4 (*2 điểm*). Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2[x] \to P_2[x]$ xác định bởi

$f(a + bx + cx^2) = (2a + b - 2c) + (2a + 3b - 4c)x + (a + b - c)x^2$.

a) Tìm ma trận A của *f* theo cơ sở chính tắc của $P_2[x]$ và các trị riêng của *f*.

b) Tìm một cơ sở B của $P_2[x]$ để ma trận của f theo B có dạng chéo.

Câu 5 (*2 điểm*).

a. Tìm m để dạng toàn phương sau xác định dương

$$\omega(x_1; x_2; x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + mx_3^2 - 2x_1x_2 + 2mx_2x_3.$$

b. Trong không gian Euclide R^3 với tích vô hướng thông thường, tìm hình chiếu của v=(3;1;2) lên không gian $H = \{u = (x_1; x_2; x_3) \in R^3 | x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$.