

**Mục tiêu:** Cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản về chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace. Trên cơ sở đó, sinh viên có thể học tiếp các học phần sau về toán cũng như các môn kỹ thuật khác, góp phần tạo nên nền tảng toán học cơ bản cho kỹ sư các ngành công nghệ.

**Objective:** To provide the knowledge and calculation skills on infinite series and basic differential equations, one-sided Laplace transform, to formulate Mathematical foundations for students of technology majors, providing mathematical tools for students.

**Nội dung:** Chuỗi số, chuỗi hàm, chuỗi lũy thừa, chuỗi Fourier, phương trình vi phân cấp I, phương trình vi phân cấp II, hệ phương trình vi phân cấp I, phương pháp toán tử Laplace và vận dụng vào việc giải các phương trình vi phân cấp cao và hệ phương trình vi phân. Giới thiệu một số mô hình toán.

**Contents:** Infinite numerical series, series of functions, Fourier series, first-order differential equations, Second-order linear differential equations, first-order systems of differential equations, Laplace transforms, some models and modelling of technical problems.

## 1. THÔNG TIN CHUNG

**Tên học phần:** Giải tích III

**Mã số học phần:** MI1133

**Khối lượng:** 3(2-2-0-6)  
- Lý thuyết: 30 tiết  
- Bài tập: 30 tiết

**Học phần tiên quyết:**

**Học phần học trước:** - MI1113 Giải tích I

**Học phần song hành:**

## 2. MÔ TẢ HỌC PHẦN

Môn học này nhằm cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản về chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace.

## 3. MỤC TIÊU VÀ CHUẨN ĐẦU RA CỦA HỌC PHẦN

Sinh viên hoàn thành học phần này có khả năng:

| Mục tiêu/CDR | Mô tả mục tiêu/Chuẩn đầu ra của học phần  | CDR được phân bổ cho HP/ Mức độ (I/T/U) |
|--------------|---|---|
| [1]          | [2]   | [3]                                     |
| <b>M1</b>    | <b>Nắm vững được các kiến thức cơ bản của về chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace</b> |   |
| M1.1         | Nắm vững các khái niệm cơ bản.  | IT                                      |
| M1.2         | Có khả năng vận dụng kiến thức đã học để giải các bài tập liên quan tới nội dung môn học.                   | TU                                      |
| <b>M2</b>    | <b>Có thái độ làm việc nghiêm túc cùng kỹ năng cần thiết để làm việc có hiệu quả</b>                        |   |

| Mục tiêu/CDR | Mô tả mục tiêu/Chuẩn đầu ra của học phần   | CDR được phân bổ cho HP/ Mức độ (I/T/U) |
|--------------|--|---|
| M2.1         | Có kỹ năng: phân tích và giải quyết vấn đề bằng tư duy, logic chặt chẽ; làm việc độc lập, tập trung.                                 | TU                                      |
| M2.2         | Nhận diện một số vấn đề thực tế có thể sử dụng công cụ của chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace để giải quyết. | ITU                                     |
| M2.3         | Thái độ làm việc nghiêm túc, chủ động sáng tạo, thích nghi với môi trường làm việc có tính cạnh tranh cao.                           | IT                                      |

#### 4. TÀI LIỆU HỌC TẬP

##### Giáo trình

- [1] Nguyễn Đình Trí, Trần Việt Dũng, Trần Xuân Hiền, Nguyễn Xuân Thảo (2015). *Toán học cao cấp tập 3: Chuỗi và phương trình vi phân*. NXB Giáo dục VN.
- [2] Nguyễn Đình Trí, Trần Việt Dũng, Trần Xuân Hiền, Nguyễn Xuân Thảo (2017). *Bài tập Toán học cao cấp tập 3: Chuỗi và phương trình vi phân*. NXB Giáo dục VN.
- [3] Nguyễn Đình Trí, Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh (2000). *Bài tập Toán học cao cấp tập II*. NXB Giáo dục.
- [4] Nguyễn Đình Trí, Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh (1999). *Bài tập Toán học cao cấp tập III*. NXB Giáo dục.

##### Sách tham khảo

- [1] Trần Bình (2005). *Giải tích II và III*, NXB KH và KT.
- [2] Lê Ngọc Lăng, Nguyễn Chí Bảo, Trần Xuân Hiền, Nguyễn Phú Trường. *Ôn thi học kỳ và thi vào giai đoạn II*. NXB Giáo dục.
- [3] Lê Ngọc Lăng, Tống Đình Quỳ, Nguyễn Đăng Tuấn, Mai Văn Duyệt (1998). *Giúp ôn tập tốt môn Toán cao cấp*. NXBKH.
- [4] Đĩnh Bạt Thâm, Nguyễn Phú Trường (1993). *Bài tập Toán học cao cấp tập II*. NXB Giáo dục.
- [5] Nguyễn Xuân Thảo (2010). *Bài giảng Phương pháp Toán tử Laplace*.
- [6] Nguyễn Thiệu Huy: Infinite series and differential equations.

download: <http://sami.hust.edu.vn/tai-lieu/>

#### 5. CÁCH ĐÁNH GIÁ HỌC PHẦN

| Điểm thành phần                      | Phương pháp đánh giá cụ thể  | Mô tả                              | CDR được đánh giá            | Tỷ trọng   |
|--------------------------------------|--|------------------------------------|------------------------------|------------|
| [1]                                  | [2]  | [3]                                | [4]                          | [5]        |
| <b>A1. Điểm chuyên cần</b>           | Thái độ học tập và sự chuyên cần của sinh viên trên lớp học  | Thái độ học tập của sinh viên      |                              | <b>20%</b> |
| <b>A2. Điểm kiểm tra định kỳ (*)</b> | <b>A2.1. Kiểm tra định kỳ lần 1</b><br>(điểm KT1, thang điểm 15)<br>(Nội dung: Từ tuần học 1 đến tuần học 5) | Bài kiểm tra dưới dạng trắc nghiệm | M1.1, M1.2, M2.1, M2.2, M2.3 | <b>30%</b> |

|                         |   |                 |                                    |            |
|-------------------------|---|-----------------|------------------------------------|------------|
|                         | <b>A2.2. Kiểm tra định kỳ lần 2</b><br>(điểm KT2, thang điểm 15)<br>(Nội dung: Từ tuần học 6 đến tuần học 10) |                 |                                    |            |
| <b>A3. Điểm cuối kỳ</b> | <b>Thi cuối kỳ</b>  | Bài thi tự luận | M1.1, M1.2,<br>M2.1, M2.2,<br>M2.3 | <b>50%</b> |

(\*) Điểm kiểm tra định kỳ (ĐKTĐK) được tính theo công thức  $ĐKTĐK = 1/3(KT1 + KT2)$  và sẽ được điều chỉnh bằng cách cộng điểm tích cực học tập có giá trị từ  $-1$  đến  $+1$  theo quy định của Viện Toán ứng dụng và Tin học cùng Quy chế Đào tạo đại học hệ chính quy của ĐH Bách khoa Hà Nội.

## 6. KẾ HOẠCH GIẢNG DẠY

| Tuần | Nội dung  | CDR học phần | Hoạt động dạy và học | Bài đánh giá |
|------|---|--------------|----------------------|--------------|
| [1]  | [2]   | [3]          | [4]                  | [5]          |
| 1    | <b>Chương 1. Chuỗi (11LT+ 11BT)</b><br><b>1.1</b> Đại cương về chuỗi số<br>- Các khái niệm: Chuỗi số, số hạng tổng quát, tổng riêng, phần dư, chuỗi hội tụ, phân kỳ, tổng của chuỗi hội tụ. Chú ý: Phải có ví dụ chuỗi $\sum_{n=0}^{+\infty} aq^n$ .<br>- Điều kiện ắt có để chuỗi hội tụ (có chứng minh).<br>Chú ý: Phải có ví dụ chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ .<br>- Các tính chất cơ bản của chuỗi số hội tụ (học sinh tự đọc chứng minh)<br><b>1.2</b> Chuỗi số dương<br>- Định nghĩa chuỗi số dương<br>- Các định lý so sánh 1 và 2 (chứng minh định lý 1, học sinh tự đọc chứng minh định lý 2)<br>- Các tiêu chuẩn hội tụ (tiêu chuẩn D’Alambert, Cauchy, tích phân) (Chứng minh tiêu chuẩn D’Alambert, học sinh tự đọc chứng minh 2 tiêu chuẩn còn lại). Chú ý: Phải có ví dụ chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ . | M1,M2        | Giảng bài            | A2.1<br>A3   |
| 2    | <b>1.3</b> Chuỗi số có số hạng với dấu bất kỳ<br>- Chuỗi có dấu bất kỳ: các khái niệm hội tụ tuyệt đối, bán hội tụ. Định lý về chuỗi số hội tụ tuyệt đối (học sinh tự đọc chứng minh)<br>- Chuỗi số đan dấu: định nghĩa, định lý Leibniz (có chứng minh)  | M1,M2        |                      | A2.1<br>A3   |
| 3    | <b>1.4</b> Chuỗi hàm<br>- Định nghĩa chuỗi hàm, miền hội tụ của chuỗi hàm   | M1,<br>M2    |                      | A2.1<br>A3   |

| Tuần | Nội dung  | CDR học phần | Hoạt động dạy và học | Bài đánh giá |
|------|---|--------------|----------------------|--------------|
| [1]  | [2]   | [3]          | [4]                  | [5]          |
|      | (hội tụ điểm), tổng của chuỗi hàm<br><ul style="list-style-type: none"> <li>- Sự hội tụ đều của chuỗi hàm: định nghĩa, tiêu chuẩn Cauchy, tiêu chuẩn Weierstrass (không chứng minh)</li> <li>- Các tính chất của chuỗi hàm hội tụ đều: tổng là hàm liên tục, tích phân, đạo hàm dưới tổng (học sinh tự đọc chứng minh hai tính chất cuối)</li> </ul>  |              |                      |              |
| 4    | <b>1.5</b> Chuỗi lũy thừa<br><ul style="list-style-type: none"> <li>- Định nghĩa chuỗi lũy thừa: định lý Abel (có chứng minh), khoảng và miền hội tụ</li> <li>- Các tính chất của chuỗi lũy thừa: chuỗi hội tụ đều, tổng là hàm liên tục, tích phân và đạo hàm dưới tổng (học sinh tự đọc chứng minh). Phần áp dụng để tính tổng một số chuỗi (chỉ nêu một ví dụ, học sinh tự đọc)</li> <li>- Khai triển hàm thành chuỗi lũy thừa (Chuỗi Taylor, Maclaurin). Các định lý để hàm khai triển được (không chứng minh)</li> </ul>   | M1, M2       |                      | A2.1<br>A3   |
| 5    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Các khai triển của một số hàm số sơ cấp cơ bản. Áp dụng để tính gần đúng giá trị của hàm, tính gần đúng tích phân xác định (học sinh tự đọc)</li> </ul> <b>1.6</b> Chuỗi Fourier<br><ul style="list-style-type: none"> <li>- Chuỗi lượng giác, chuỗi Fourier</li> <li>- Điều kiện để một hàm khai triển được thành chuỗi Fourier. Định lý Dirichlet (không chứng minh)</li> </ul>  | M1, M2       |                      | A2.1<br>A3   |
| 6    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Khai triển Fourier hàm chẵn, hàm lẻ tuần hoàn chu kỳ <math>2\pi</math>.</li> <li>- Khai triển Fourier hàm tuần hoàn chu kỳ <math>2\pi</math>.</li> </ul> <b>Chương 2. Phương trình vi phân (11LT+ 12 BT)</b><br><b>2.1</b> Khái niệm mở đầu<br><ul style="list-style-type: none"> <li>- Định nghĩa phương trình vi phân (PTVT), cấp của phương trình, nghiệm của phương trình (PT)</li> </ul> <b>2.2</b> Phương trình vi phân cấp 1<br><ul style="list-style-type: none"> <li>- Đại cương về PTVP cấp 1: dạng tổng quát của PT, định lý về sự tồn tại và duy nhất nghiệm (không chứng minh), bài toán Cauchy, nghiệm tổng quát, nghiệm riêng. Giới thiệu một vài ứng dụng thực tế của PTVP cấp 1.</li> </ul> | M1, M2       |                      | A2.2<br>A3   |
| 7    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Các PT khuyết <math>y</math>, khuyết <math>x</math></li> <li>- PT biến số phân ly</li> <li>- PT thuần nhất (đẳng cấp)</li> </ul>   | M1, M2       |                      | A2.2<br>A3   |

| Tuần | Nội dung  | CDR học phần | Hoạt động dạy và học | Bài đánh giá |
|------|---|--------------|----------------------|--------------|
| [1]  | [2]   | [3]          | [4]                  | [5]          |
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- PT tuyến tính</li> <li>- PT Bernoulli</li> <li>- PTVP toàn phần</li> </ul>   |              |                      |              |
| 8    | <p><b>2.3 Phương trình vi phân cấp 2</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Đại cương về PTVP cấp 2: Dạng tổng quát, định lý về sự tồn tại và duy nhất nghiệm, bài toán Cauchy, nghiệm tổng quát, nghiệm riêng. Giới thiệu một vài ứng dụng thực tế của PTVP cấp 2.</li> <li>- Các PT khuyết <math>y</math> và <math>y'</math>, khuyết <math>y</math>, khuyết <math>x</math></li> <li>- PT tuyến tính dạng: <math>y'' + p(x)y' + q(x) = f(x)</math></li> </ul> <p>PT thuần nhất: Các định lý về cấu trúc nghiệm của PTVP tuyến tính cấp 2 thuần nhất (chứng minh định lý để dẫn đến công thức <math>y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)</math>)</p> | M1,<br>M2    |                      | A2.2<br>A3   |
| 9    | <b>Nghỉ giữa kỳ</b>   |              |                      |              |
| 10   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- PT không thuần nhất: Định lý về nghiệm tổng quát (học sinh tự đọc chứng minh). Phương pháp biến thiên hằng số Lagrange. Nguyên lý chồng chất nghiệm</li> <li>- PTVP tuyến tính cấp 2 có hệ số không đổi: PT thuần nhất</li> </ul>  | M1,<br>M2    |                      | A2.2<br>A3   |
| 11   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- PT không thuần nhất với vế phải <math>f(x)</math> có dạng:<br/> <math display="block">f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)</math> <math display="block">f(x) = e^{\alpha x} [P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x]</math> </li> </ul>   | M1,<br>M2    |                      | A2.2<br>A3   |
| 12   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- PT <i>Euler</i> (giáo viên hướng dẫn thông qua một số ví dụ)</li> </ul> <p><b>2.4 Hệ phương trình vi phân cấp 1</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Định nghĩa dạng tổng quát, nghiệm, đưa PTVP cấp cao về hệ chuẩn tắc và ngược lại. Định lý về sự tồn tại duy nhất nghiệm. Phương pháp khử (thể hiện qua một ví dụ giải hệ gồm 2 phương trình có hệ số không đổi dạng đơn giản) (giáo viên hướng dẫn học sinh tự đọc và làm bài tập).</li> </ul>  | M1,<br>M2    |                      | A3           |
| 13   | <p><b>Chương 3. Phương pháp toán tử Laplace (8LT+ 7BT)</b></p> <p><b>3.1 Phép biến đổi Laplace và phép biến đổi ngược</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Phép biến đổi Laplace (PBĐ), tính chất tuyến tính, bảng PBĐ Laplace của một số hàm, hàm số liên tục từng khúc, sự tồn tại của PBĐ Laplace. Ví dụ.</li> <li>- PBĐ Laplace nghịch đảo, sự duy nhất của PBĐ Laplace nghịch đảo. Ví dụ.</li> </ul>   | M1,<br>M2    |                      | A3           |

| Tuần | Nội dung  | CDR học phần | Hoạt động dạy và học | Bài đánh giá |
|------|---|--------------|----------------------|--------------|
| [1]  | [2]   | [3]          | [4]                  | [5]          |
| 14   | <b>3.2</b> Phép biến đổi của bài toán với giá trị ban đầu<br>- PBĐ của đạo hàm, nghiệm của bài toán giá trị ban đầu, Ví dụ giải PTVP tuyến tính cấp 2 với hệ số hằng số<br>- Hệ PTVP tuyến tính cấp hai, giới thiệu mô hình toán<br>- PBĐ của tích phân | M1, M2       |                      | A3           |
| 15   | <b>3.3</b> Phép tịnh tiến và phân thức đơn giản<br>- Phân thức đơn giản tuyến tính, phân thức đơn giản bậc 2, biến đổi trên trục $s$ .<br>- Giải PTVP tuyến tính cấp cao (lớn hơn hay bằng 3) với hệ số hằng số   | M1, M2       |                      | A3           |
| 16   | <b>3.4</b> Đạo hàm, tích phân và tích của các phép biến đổi<br>- Tích chập của hai hàm, PBĐ Laplace của tích chập<br>- Vi phân của PBĐ<br>- Tích phân của PBĐ   | M1, M2       |                      | A3           |

## 7. QUY ĐỊNH CỦA HỌC PHẦN

(Các quy định của học phần nếu có)

## 8. NGÀY PHÊ DUYỆT: .....

**Viện Toán ứng dụng và Tin học**