

## Chương 3

# BIẾN NGẪU NHIÊN NHIỀU CHIỀU

**BỘ MÔN TOÁN ỨNG DỤNG<sup>(1)</sup>**

VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG VÀ TIN HỌC  
ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

SAMI.HUST-2023

---

<sup>(1)</sup>Phòng BIS.201-D3.5

Chương này giới thiệu về biến ngẫu nhiên nhiều chiều, nhưng chủ yếu tập trung vào biến ngẫu nhiên hai chiều. Nội dung chính bao gồm:

- Khái niệm và phân loại biến ngẫu nhiên nhiều chiều.
- Phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên hai chiều (phân phối đồng thời, phân phối biên, phân phối có điều kiện).
- Biến ngẫu nhiên độc lập.
- Hiệp phương sai và hệ số tương quan.
- Luật số lớn.

## 3.1. KHÁI NIỆM BIẾN NGẪU NHIÊN NHIỀU CHIỀU

### 1 3.1.1 Biến ngẫu nhiên nhiều chiều

- 3.1.1.1 Khái niệm và ví dụ
- 3.1.1.2 Biến ngẫu nhiên rời rạc. Biến ngẫu nhiên liên tục

### 2 3.1.2 Hàm của hai biến ngẫu nhiên

Trong nhiều bài toán thực tế ta thường phải xét đồng thời nhiều biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, \dots, X_n$  có quan hệ với nhau.

## Khái niệm 1

Một biến ngẫu nhiên  $n$  chiều là một bộ có thứ tự gồm  $n$  biến ngẫu nhiên  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  với các thành phần  $X_1, X_2, \dots, X_n$  là các biến ngẫu nhiên xác định trong cùng một phép thử.

## Ví dụ 1

Xem xét một sản phẩm đúc do một máy sản xuất và gọi  $X, Y, Z$  lần lượt là các biến ngẫu nhiên chỉ chiều rộng, chiều dài và chiều cao của sản phẩm (đơn vị tính là milimét).

- (a)  $(X, Y, Z)$  là biến ngẫu nhiên ba chiều mô tả kích thước của sản phẩm.
- (b) Nếu chỉ quan tâm đến chiều rộng và chiều dài của sản phẩm ta có biến ngẫu nhiên hai chiều  $(X, Y)$ .

## Khái niệm 2

Biến ngẫu nhiên  $n$  chiều  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  được gọi là liên tục hay rời rạc nếu tất cả các biến ngẫu nhiên thành phần  $X_1, X_2, \dots, X_n$  là liên tục hay rời rạc.

✎ Trong chương này, ta chủ yếu xét biến ngẫu nhiên hai chiều  $(X, Y)$ , trong đó  $X$  là biến ngẫu nhiên thành phần thứ nhất và  $Y$  là biến ngẫu nhiên thành phần thứ hai. Hầu hết các kết quả có thể mở rộng dễ dàng cho biến ngẫu nhiên  $n$  chiều  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Ta không xét trường hợp biến ngẫu nhiên hai chiều trong đó có một biến rời rạc và một biến liên tục (còn gọi là biến ngẫu nhiên hỗn hợp).

# Biến ngẫu nhiên rời rạc. Biến ngẫu nhiên liên tục

## Ví dụ 2

Biến ngẫu nhiên ba chiều  $(X, Y, Z)$  trong Ví dụ 1 là biến ngẫu nhiên liên tục.

## Ví dụ 3

Từ một lô hàng gồm 5 sản phẩm loại I, 4 sản phẩm loại II và 3 sản phẩm loại III, ta lấy ngẫu nhiên ra 3 sản phẩm. Gọi  $X$  và  $Y$  lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II có trong 3 sản phẩm được lấy ra. Khi đó  $(X, Y)$  là biến ngẫu nhiên hai chiều rời rạc.

## 3.1. KHÁI NIỆM BIẾN NGẪU NHIÊN NHIỀU CHIỀU

### 1 3.1.1 Biến ngẫu nhiên nhiều chiều

- 3.1.1.1 Khái niệm và ví dụ
- 3.1.1.2 Biến ngẫu nhiên rời rạc. Biến ngẫu nhiên liên tục

### 2 3.1.2 Hàm của hai biến ngẫu nhiên

# Hàm của hai biến ngẫu nhiên

## Khái niệm 3

Cho hai biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$  và hàm hai biến  $g(x, y)$  nhận giá trị thực. Định nghĩa  $W := g(X, Y)$  là một phép cho tương ứng mỗi cặp giá trị  $(x, y)$  của  $(X, Y)$  với duy nhất một giá trị  $w = g(x, y)$  của  $W$ . Biến  $W$  được gọi là hàm của hai biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$ . Chẳng hạn,  $W = X + Y$ ,  $W = XY$ .



- Nếu  $X$  và  $Y$  là hai biến ngẫu nhiên rời rạc thì  $W$  cũng là biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Nếu  $X$  và  $Y$  là hai biến ngẫu nhiên liên tục và  $g(., .)$  là một hàm liên tục thì  $W$  là một biến ngẫu nhiên liên tục.